UNIVERSITÄT OSNABRÜCK

Prof. Dr. Joachim Hertzberg, Andreas Nüchter

10. Übungsblatt zur Künstlichen Intelligenz

Wintersemester 2004/2005

Aufgabe 10.1

Zeigen Sie, dass aus den Wahrscheinlichkeitsaxiomen folgt:

$$P(a \mid b \wedge a) = 1$$

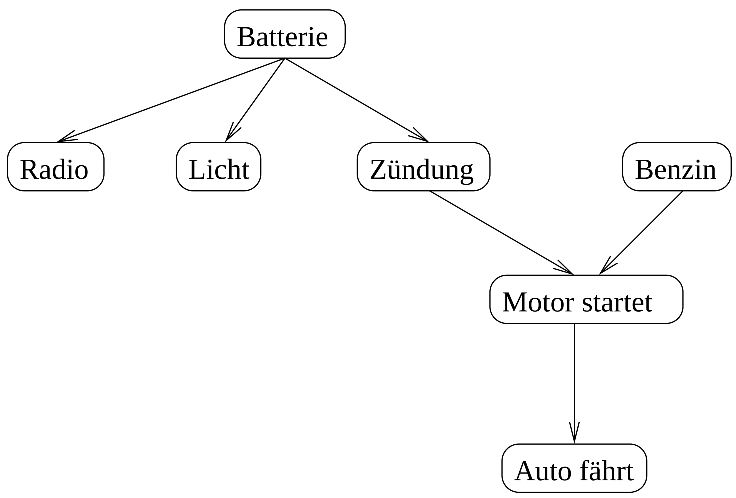
Aufgabe 10.2

Eine Pharmafirma hat einen fast sicheren Test für eine Krankheit A entwickelt. Die Genauigkeit des Tests liegt bei 99%, d.h. mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.99 gibt der Test die richtige Antwort (gleiche Wahrscheinlichkeit für Krankheit-positiv-Test und Keine-Krankheit-negativ-Test Kombinationen) und mit nur 1% der Tests (Wahrscheinlichkeit 0.01) ist das Ergebnis falsch. Das Auftreten der Krankheit in der Bevölkerung ist 0.01% (Wahrscheinlichkeit 0.0001).

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine positiv getestete Person tatsächlich an der Krankheit leidet. Würden Sie einen allgemeinen Test der Bevölkerung empfehlen?

Aufgabe 10.3

Betrachten Sie folgendes Bayes-Netz für die Diagnose eines Autoelektriksystems:



Nehmen Sie an, dass alle Variablen in dem Netz binär sind und die Werte *wahr* und *falsch* annehmen können.

1. Die Netzstruktur codiert graphisch die bedingten Wahrscheinlichkeiten. Beantworten Sie (mit *ja* oder *nein*), ob die folgenden bedingten Unabhängigkeiten durch das Netz dargestellt werden:

   (a) Der Start des Motors ist unabhängig von der Batterie, gegeben das die Zündung funktioniert.

   (b) Das Fahren des Autos ist unabhängig von der Zündung, gegeben die Batterie funktioniert.

   (c) Das Starten des Motors ist unabhängig vom Licht, gegeben die Batterie funktioniert.

   (d) Das Funktionieren der Baterie ist unabhängig vom benzin, gegeben der Motor startet.

   (e) Die Zündung ist unabhängig vom Benzin, gegeben das Auto fährt.

   (f) Das Radio ist unabhängig vom Licht, gegeben Benzin ist vorhanden.

   (g) Das Radio ist unabhängig vom Benzin, bei gegebener Zündung.

   (h) Das Radio ist unabhängig von der Zündung, bei gegebenem Licht.

2. Wie groß ist die Anzahl der Wahrscheinlichkeiten der vollständigen gemeinsamen Verteilung der Zufallsvariablen?

3. Wie groß ist die Anzahl der Wahrscheinlichkeiten, die das Netz in der Abbildung definiert?

4. Zeigen Sie, wie die Berechnung der vollständigen gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung funktioniert. Nehmen Sie dazu an, dass wir an der gemeinsamen Verteilung für Batterie=*wahr*, Radio=*falsch*, Licht=*wahr*, Zündung=*wahr*, Benzin=*wahr*, Motor_startet=*wahr* und Auto_fährt=*falsch* interesiert sind.

5. Berechnen Sie die Kosten für die Inferenz der Wahrscheinlichkeit für den Fall, dass das Auto nicht fährt, d.h., $P(\text{Batterie} = \textit{falsch})$. Die Kosten sollen als Anzahl der notwendigen Additionen und Multiplikationen angegeben werden.

6. Suchen Sie nach einer effizienten Lösung zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit $P(\text{Batterie} = \textit{falsch})$, die Summen und Produkte verschachtelt. Schreiben Sie den neuen Ausdruck für $P(\text{Batterie} = \textit{falsch})$ auf und geben Sie die Kosten an!